Una Estrategia de Acumulación de Reservas Mediante Opciones de Venta de Dólares. El Caso de Banco de México

BANCO DE MEXICO

INDICE

I. Resumen

Este trabajo de investigación plantea una estrategia de acumulación de reservas para el Banco de México a través de opciones, que busca disminuir el impacto de compras de divisas en el mercado cambiario. El documento presenta una aproximación analítica para valuar el precio teórico de estas opciones así como un análisis de los parámetros que determinan su valor.

Manuel Galán Medina[1]

Javier Duclaud González de Castilla

Alonso García Tamés

[1] Los autores Manuel Galán, Javier Duclaud y Alonso García son funcionarios del Banco de México con los cargos de Gerente de Inversiones y Cambios Nacionales, Subgerente de Cambios Nacionales y Director General de Operaciones de Banca Central, respectivamente. Los autores quisieran agradecer la revisión exhaustiva y los comentarios realizados por José Ramón Rodríguez y Ricardo Medina. Cabe aclarar que el punto de vista expresado en este artículo corresponde al de los autores y no necesariamente representa el de Banco de México.

II. Introducción

En la "Exposición sobre la Política Monetaria para 1996", el Banco de México anticipó la posibilidad de adquirir divisas en el mercado cambiario cuidando de no presionar el tipo de cambio y de no enviar señales que pudieran interpretarse en forma errónea por los agentes económicos. Sin embargo, si bien el Instituto Central estimaba conveniente la mayor acumulación de reservas internacionales, también advertía la importancia de que ello se lograra mediante un esquema que favoreciera las compras de dólares cuando el mercado estuviera ofrecido y las inhibiera cuando estuviera demandado, de forma que se alterara lo menos posible el régimen cambiario de libre flotación.

En este documento se plantea una estrategia de acumulación de reservas a través de Opciones de Venta de Dólares, que permite al Banco Central alcanzar dichos objetivos. El documento está organizado de la siguiente manera: En la segunda sección se describen las características de la opción, y se presentan los resultados de una simulación de compra de divisas en caso de que el Banco de México hubiera vendido opciones en el período de enero de 1995 a julio de 1996. En la tercera sección se presenta una aproximación analítica para valuar su precio y la probabilidad de ejercicio. Esta última permite estimar el monto esperado de acumulación de reservas en un período determinado a través de esta estrategia. La cuarta sección presenta un análisis de sensibilidad del precio de la opción ante cambios en los diferentes parámetros que se utilizan para su valuación. Finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo.

III. Opciones De Venta De Dólares

III.1. Principales Características

El 1º de agosto de 1996 el Banco de México emitió un comunicado dirigido a las instituciones de crédito del país[2] en el que se les informó que el Banco de México subastará mensualmente contratos por virtud de los cuales, mediante el pago de una prima en pesos, dichas instituciones podrán adquirir el derecho de vender una cantidad predeterminada de dólares contra pesos al Instituto Central. Las características de esta opción se detallan a continuación:

Con la venta de esta opción, el Banco de México se obliga a comprar dólares contra pesos al tenedor de la opción, en cualquier día hábil bancario que éste elija durante la vigencia del contrato. Sin embargo, a diferencia de una opción estilo americana o europea tradicional, el tipo de cambio de ejercicio no es fijo. En caso de ejercicio, la operación cambiaria se realiza al tipo de cambio determinado el día anterior por el Banco de México mediante la encuesta que este Instituto Central realiza todos los días a las instituciones de crédito del país, y que es conocido en el mercado como tipo de cambio "fix"[3]. Por lo tanto, tal y como se analizará a detalle en la Sección III de este documento, los derechos se pueden conceptualizar como una cartera de opciones con 1 día de plazo a vencimiento, siempre y cuando estos no hayan sido ejercidos con anterioridad.

Uno de los riesgos de acumular reservas de esta forma, se presentaría en un período en el que el tipo de cambio mostrara una tendencia devaluatoria. Si en dicho escenario el tipo de cambio se apreciara de un día a otro (posible corrección ante un "overshooting" por ejemplo), podría ser óptimo para los tenedores de la opción ejercer todos sus derechos, y recuperar inmediatamente su posición de divisas en el mercado cambiario. De ocurrir esto, el Banco de México acumularía reservas a través de compras en el mercado en un momento en el que se presenta un exceso de

---

[2] Circular Telefax 71/96, "Subastas de Opciones de Venta de Dólares".

[3] Tipo de cambio para solventar obligaciones denominadas en moneda extranjera y pagaderas en la República Mexicana, y que el Banco de México publica en el Diario Oficial de la Federación el día hábil bancario siguiente a su determinación.

demanda por dólares, y posiblemente magnificaría las presiones devaluatorias sobre el peso.

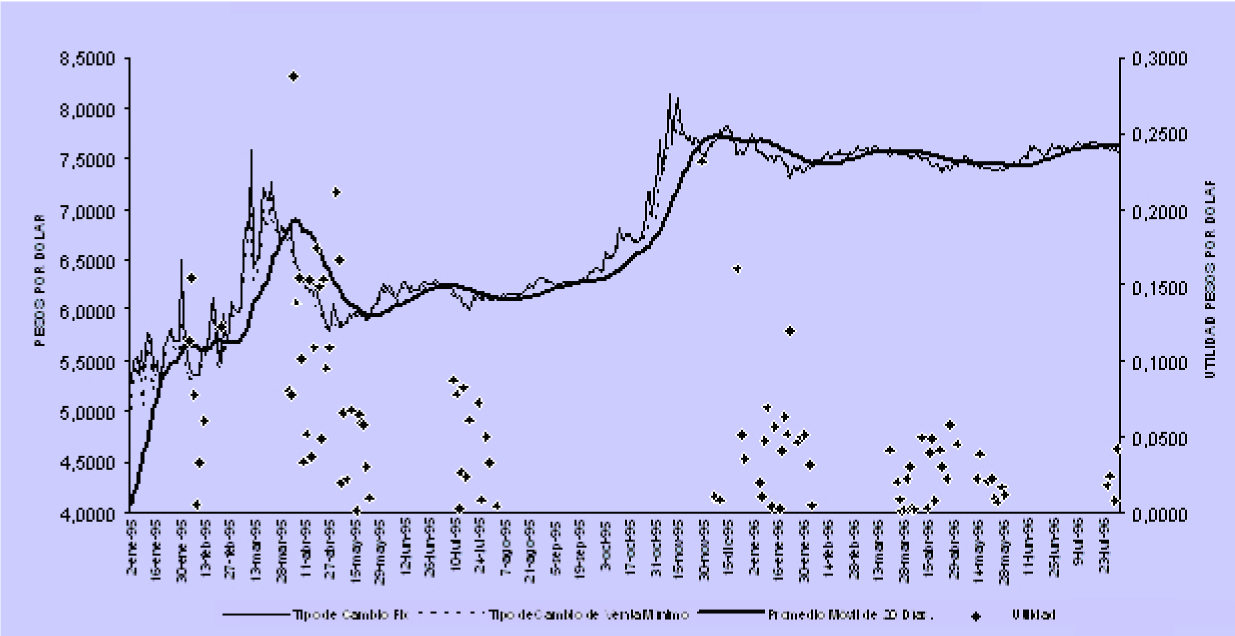
La forma en como se buscó disminuir este riesgo, fue condicionando el ejercicio de la opción a que el tipo de cambio quedara por debajo de un nivel predeterminado. De tal forma, otra característica de la opción, es que ésta sólo se puede ejercer cuando el tipo de cambio de ejercicio no es superior al promedio aritmético de los tipos de cambio (fix) determinados por el Banco de México los 20 días hábiles anteriores al día en que se pretendan ejercer los derechos.

III.2. Resultados de la Simulación

De forma que se pudiera estimar el monto probable de acumulación de reservas en caso de que el Banco de México hubiera implantado esta estrategia, se realizó un análisis para el período de enero de 1995 a julio de 1996. En la gráfica 1 se muestra el tipo de cambio "fix" encuestado por el Banco de México, el nivel mínimo de venta de dólares en el mercado interbancario en cada uno de esos días, y el promedio móvil de 20 días que acota el ejercicio de las opciones. Se observa que para este período, en 14 de 19 meses analizados existió cuando menos 1 día en el que sin tomar en cuenta la prima pagada por la opción, el ejercicio habría arrojado utilidades. Por lo tanto, de haber vendido el Banco de México estas opciones por un monto de referencia de 200.0 millones de dólares (m.d.) mensuales, la compra de divisas habría sido de 2,800.0 m.d.[4]. Se observa también que la utilidad máxima habría sido de 28 centavos por dólar, y que el mes con mayor número de diferencias positivas habría sido abril de 1995 con 16. Estos resultados se presentan en el cuadro 1.

[4] El análisis realizado no toma en cuenta el efecto que la compra de divisas pudo haber tenido sobre el tipo de cambio. Por lo tanto, los resultados son solamente una aproximación.

Gráfica 1 **Resultados de la Simulación de Venta de Opciones**



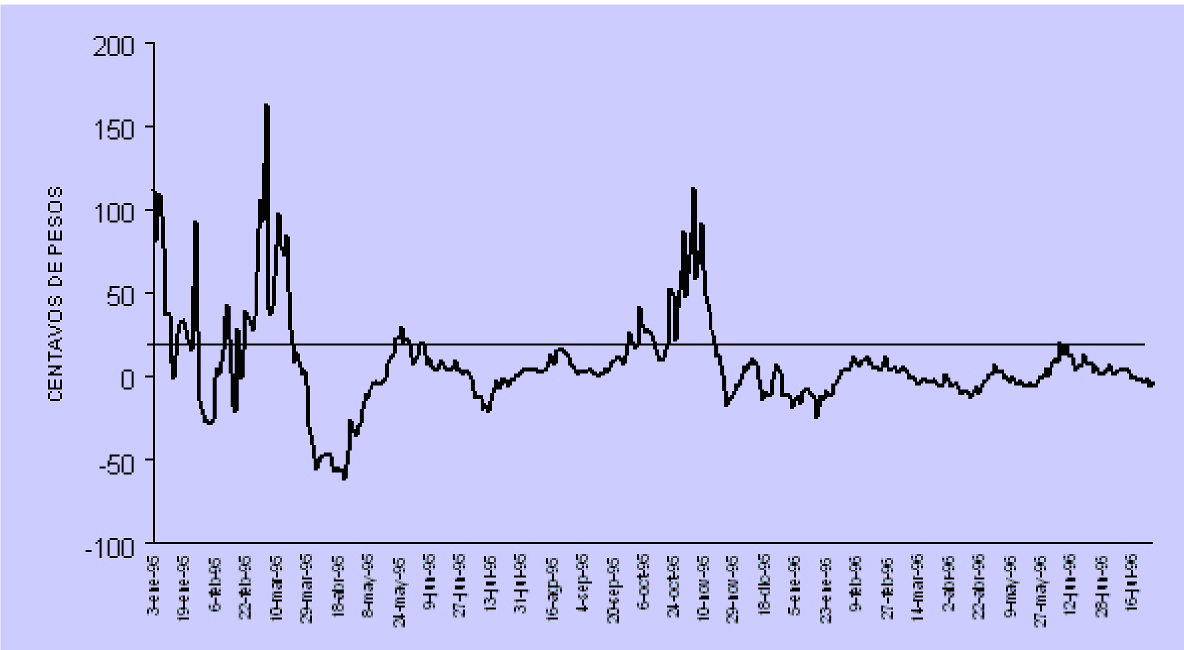
Cuadro 1 **Resultados de la Simulación de Venta de Opciones**

Mes	Utilidad Máxima*	Utilidad Mínima*	Utilidad Promedio*	Días con Utilidad*
Ene 95	0.0000	0.0000	0.0000	0
Feb 95	0.1550	0.0050	0.0283	7
Mar.95	0.0800	0.0800	0.0036	1
Abr.95	0.2875	0.0333	0.1040	16
May.95	0.2117	0.0008	0.0368	12
Jun.95	0.0000	0.0000	0.0000	0
Jul.95	0.0871	0.0025	0.0249	11
Ago.95	0.0042	0.0042	0.0002	1
Sep.95	0.0000	0.0000	0.0000	0
Oct.95	0.0000	0.0000	0.0000	0
Nov.95	0.2317	0.2317	0.0116	1
Dic.95	0.1609	0.0083	0.0140	5
Ene.96	0.1196	0.0021	0.0286	14
Feb.96	0.0312	0.0045	0.0018	2
Mar.96	0.0411	0.0007	0.0047	6
Abr 96	0.0580	0.0020	0.0190	13
May 96	0.0384	0.0071	0.0067	8
Jun 96	0.0000	0.0000	0.0000	0
Jul 96	0.0415	0.0079	0.0040	4
Promedio	**0.0815**	**0.0217**	**0.0152**	**6**

* No toma en cuenta la prima pagada por la opción.

Es interesante observar que en los meses de septiembre, octubre y noviembre de 1995, período durante el cual el peso mantuvo una clara tendencia hacia el alza, y que por lo tanto no hubiera sido conveniente que el Banco de México comprara divisas en el mercado, en sólo una ocasión se habrían podido ejercer las opciones. Esto se debe a que en este período el tipo de cambio se mantuvo en niveles que superaban siempre el promedio de los 20 días anteriores (ver gráfica 2).

Gráfica 2 **Diferencia Entre el Tipo de Cambio Fix y su Promedio Móvil de 20 Días**



Una vez analizadas las principales características de la opción, procedemos ahora a encontrar una aproximación analítica para valuar su precio.

IV. Aproximación Analítica del Precio de la Opción

En esta sección se obtiene una expresión analítica que proporciona una aproximación del valor de la opción de venta de dólares, y que permitirá estimar el monto de compra de divisas al Banco de México a través de este mecanismo. A continuación se identifican sus principales componentes.

La opción de venta de dólares puede ser vista como una cartera de opciones tipo "*put*" estilo europeo, "*at the money*", con 1 día de plazo a vencimiento, y cuyo tipo de cambio de ejercicio es el determinado el día anterior mediante encuesta por el Banco de México. Sin embargo, una vez que se ejerce una de estas opciones, se pierden las opciones restantes de la cartera. Además, tal como se mencionó en la sección anterior, la opción cambiaria sólo se puede ejercer cuando el tipo de cambio de ejercicio es igual o menor al promedio aritmético de los "n" tipos de cambio encuestados por el Banco de México con anterioridad a la fecha de ejercicio.

Esto permite descomponer el valor de la opción en el valor presente de una cartera de opciones tipo put ponderada por dos factores:

(a) la probabilidad de cumplir la restricción del promedio de "n" días; y

(b) la probabilidad de ejercer la opción en un día en particular.

Analíticamente el precio de la opción O_c, se puede aproximar por:

$$O_c = \sum_t desc_t * Put(At\,the\,money)_t * Prob(No\,restricción) * W(Ejercicio\,en\,el\,día\,t)_t$$

Donde la expresión anterior suma sobre cada opción en la cartera el producto de los siguientes factores: un factor de descuento $desc_t$, el valor de una opción tipo *put* "*at the money*", la probabilidad de que en el día t la restricción para ejercer la opción se cumpla, y la función W, que representa la estrategia de ejercicio.

El trabajo ahora consiste en encontrar una expresión analítica para el tercer y cuarto términos de la ecuación anterior, ya que los primeros dos términos corresponden a un factor de descuento y a la fórmula de Black-Scholes modificada por Garman M. y Kohlhagen S. para evaluar opciones sobre divisas.

A continuación se muestra la estimación de la expresión analítica que calcula la probabilidad de que el tipo de cambio no sea mayor al promedio observado en las últimas "n" observaciones, que identificaremos como $Prob(No\,restricción)$.

IV.1. Prob(No restricción)

Sea:

e_t: El tipo de cambio (fix) determinado por Banco de México el día t.

S_t: El logaritmo natural de e_t.

Y_t: El promedio móvil de "n" observaciones anteriores a S_t.

Supongamos que el tipo de cambio sigue un proceso estocástico representado por una "caminata aleatoria con tendencia" descrito por la siguiente ecuación.

(a) $S_t = \mu + S_{t-1} + \varepsilon_t$

El parámetro μ representa la depreciación esperada en un día medida en términos porcentuales, que para un inversionista con aversión neutra al riesgo estaría dada por la diferencia entre la tasas de interés nominales en pesos r, y dólares r^*, ambas libres de riesgo[5]. Las variables ε_t, denotan errores aleatorios, no correlacionados, con media cero y varianza σ_ε^2. Adicionalmente supondremos normalidad en dicho error, esto es:

[5] Tomando en cuenta que la devaluación esperada es tan sólo de un día, el parámetro μ estaría dado por $\mu = \frac{r - r^*}{360}$, donde ambas tasas corresponden a tasas compuestas continuamente.

$$\varepsilon_t = N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$$

La desviación estándar σ_ε corresponde a lo que los analistas en los mercados financieros comúnmente identifican como "volatilidad" del tipo de cambio[6].

El proceso estocástico descrito en la ecuación (a), parte de un valor S_0^* conocido. Por simplicidad denotaremos con un asterisco a todos aquellos valores que son conocidos en $t = 0$. De la ecuación (a) se tiene que para el día $t = 1$, el tipo de cambio estaría dado por:

$$S_1 = \mu + S_0^* + \varepsilon_1$$

Y para el día $t = 2$:

$$S_2 = 2\mu + S_0^* + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

Por lo tanto, la solución de la ecuación en diferencias descrita en (a) se puede escribir como:

(b) $$S_t = \mu t + S_0^* + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

La otra variable importante para la valuación de la opción cambiaria es el promedio del tipo de cambio S_t, de las "n" observaciones previas. Para escribir una expresión de este promedio que se pueda utilizar, suponemos que el valor de la variable S_t es conocido en los $(n-1)$ días previos a S_0^*, es decir que se conocen los valores de S_{-n+1}^*, S_{-n+}^*, … S_{-1}^*, S_0^* y definimos Y_1^* como:

$$Y_1^* = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} S_{-i}^*$$

El valor de la expresión anterior es conocido por estar formado por valores predeterminados. Para el día $t = 2$, el promedio se podría expresar como:

$$Y_2 = \frac{1}{n}\left(nY_1^* - S_{-(n-1)}^* + S_1\right)$$

---

[6] σ_ε, corresponderá a la volatilidad del tipo de cambio para un período de tiempo de un día.

Donde al promedio conocido Y_1^* se le resta la primera observación $S_{-(n-1)}^*$ y se le agrega la nueva observación. La expresión anterior permite generalizar la expresión del promedio de la siguiente forma:

$$\text{(c)} \qquad Y_t = Y_1^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t-1} S_{t-j} \quad \text{para } t \geq 2$$

Sustituyendo la ecuación (b) en la (c) se obtiene:

$$Y_t = Y_1^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t-1}\left(\mu(t-j) + S_0^* + \sum_{i=1}^{t-j} \varepsilon_i \right)$$

$$\text{(d)} \qquad Y_t = Y_1^* + \frac{t-1}{n} S_0^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t-1} \mu(t-j) + \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t-1}\sum_{i=1}^{t-j} \varepsilon_i$$

Además sabemos que:

$$\sum_{j=1}^{t-1} j = \frac{t(t-1)}{2}$$

Resultado que puede utilizarse para reescribir el cuarto término del lado derecho de la expresión (d). Además el último término puede ser reescrito de la siguiente forma:

$$\text{(e)} \qquad \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{t-1}\sum_{i=1}^{t-j} \varepsilon_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} (t-i)\varepsilon_i$$

Realizando las sustituciones correspondientes en (d) obtenemos:

$$\text{(f)} \qquad Y_t = Y_1^* + \frac{t-1}{n} S_0^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \mu \frac{t}{n}\frac{t-1}{2} + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} (t-i)\varepsilon_i$$

Una vez encontrada la expresión (f), podemos ahora estimar la probabilidad de que el tipo de cambio en un momento en el futuro S_t, se encuentre al mismo nivel o por debajo del promedio de las "n" observaciones previas[7], esto es:

[7] Cabe hacer notar, que la restricción mencionada previamente para el ejercicio de la opción cambiaria actúa sobre los niveles del tipo de cambio y no así sobre los logaritmos, por lo que esto es una aproximación realizada en el presente modelo.

$$Prob(S_t \leq Y_t)$$

Sustituyendo las expresiones (b) y (f) en la ecuación anterior obtenemos:

$$Prob\left(\mu t + S_0^* + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \leq Y_1^* + \frac{t-1}{n} S_0^* - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i} + \mu \frac{t}{n} \frac{t-1}{2} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t-1} (t-i)\varepsilon_i \right) =$$

$$Prob\left(\sum_{i=1}^{t} \left(1 - \frac{t-i}{n}\right)\varepsilon_i \leq Y_1^* + \left(\frac{t-1}{n} - 1\right) S_0^* - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \mu t \left(\frac{t-1}{2n} - 1\right)\right)$$

Es decir:

(g) $$Prob(S_t \leq Y_t) = Prob\left(Z_t \leq Y_1^* + \left(\frac{t-1}{n} - 1\right) S_0^* - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \mu t \left(\frac{t-1}{2n} - 1\right)\right)$$

Donde la variable aleatoria Z_t, tiene las siguientes características:

$$Z_t = \sum_{i=1}^{t} \left(1 - \frac{t-i}{n}\right)\varepsilon_i \; ;$$

$$E(Z_t) = 0 \; ;$$

(h) $$Var(Z_t) = \sigma_\varepsilon^2 \frac{t}{n^2} \left(\frac{(t+1)(2t+1)}{6} + (n-t)(n+1)\right) = \sigma_{Z(t)}^2$$

$$Z_t \approx N\left(0, \sigma_{z(t)}^2\right)$$

Nótese que se ha utilizado la independencia y normalidad de los errores $\varepsilon_s^{'}$, para poder determinar la distribución y varianza de la variable aleatoria z_t. Con el resultado obtenido en (h), podemos ahora estimar la probabilidad descrita en el lado derecho de la ecuación (g) como:

(i) $$Prob(S_t \leq Y_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d_t} e^{\frac{-x^2}{2}} d_x = N(d_t)$$

Donde:

$$d_t = \frac{Y_1^* + \left(\frac{t-1}{n} - 1\right) S_0^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \mu t \left(\frac{t-1}{2n} - 1\right)}{\sigma_{z(t)}}$$

Y $N(\ )$ denota la función acumulativa de la distribución normal estandarizada. Por lo tanto, la expresión (i) proporciona una estimación de la probabilidad de que en un día t, en el futuro el Tipo de Cambio se encuentre al mismo nivel o por debajo del promedio aritmético de los últimos "n" días.

IV.2. W(Ejercicio en el día t)

En esta sección se sugiere una función que representa la estrategia de ejercicio de la opción cambiaria. Dicha función pretende modelar el ejercicio de la opción, eliminando las opciones subsecuentes de la cartera una vez que se ha decidido ejercer la opción.

Para lograr lo anterior, es necesario hacer un supuesto sobre la estrategia que seguirá el tenedor de estos derechos. Cabe hacer notar que existen incentivos para ejercer la opción lo más pronto posible, ya que a medida que transcurre el tiempo, la ganancia tendrá que ser mayor para compensar el costo financiero de no haberla ejercido con anterioridad. Esto implica que una vez satisfecha la restricción mencionada en la sección anterior, es muy probable que se ejerza la opción tan pronto como la utilidad sea mayor al precio pagado por la opción. De esta manera definiremos a la función W en $t = 1$, como la probabilidad de ejercer la opción el primer día $t = 1$, esto es:

(j) $$W(t = 1) = Prob(Ejercicio\, en\, t = 1) = Prob\left(S_0^* - S_1 \geq O_c\right)$$

Donde O_c, denota la prima pagada por la opción. Por lo tanto, la fórmula que determina el precio de la opción, dependerá también del precio de la misma, por lo que se requerirá de un procedimiento recursivo para determinar su precio.

Sustituyendo la ecuación (b) en (j), esta última se puede escribir de la siguiente forma:

$$Prob(Ejercicio\, en\, t = 1) = Prob\left(S_0^* - S_1 \geq O_c\right) = Prob\left(\varepsilon_1 \leq -(\mu + O_c)\right)$$

O

(k) $$Prob\left(\varepsilon_1 \leq -\left(\mu + O_c\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{C} e^{\frac{-x^2}{2}} d_x = N\left(C\right)$$

Donde:

$$C = \frac{-\left(\mu + O_c\right)}{\sigma_\varepsilon}$$

La ecuación (k) provee una forma analítica para evaluar la probabilidad de ejercicio de la opción el primer día en que ésta se puede ejercer.

Supongamos que la opción no se ejerció en el primer día sino en el segundo, la probabilidad que esto ocurra estaría dada por:

$$Prob\left(Ejercicio\, en\, t = 2\right) = Prob\left(S_1 - S_2 \geq O_c\right) * Prob\left(No\, ejercicio\, en\, t = 1\right)$$

Donde el segundo término del lado derecho, incorpora el hecho de que la opción no se ejerció en el primer día. De forma análoga a lo realizado para obtener la expresión (k), se puede obtener el siguiente resultado:

(l) $$Prob\left(Ejercicio\, en\, t = 2\right) = N\left(C\right)\left(1 - N\left(C\right)\right)$$

Generalizando el resultado anterior, la probabilidad de ejercer la opción cambiaria en el día t estaría dada por:

(m) $$W\left(t\right) = \left(Ejercicio\, en = t\right) = N\left(C\right)\left(1 - N\left(C\right)\right)^{t-1}$$

Donde:

$$N\left(C\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{C} e^{\frac{-x^2}{2}} d_x \; ;$$

$$C = -\frac{\mu + O_c}{\sigma_\varepsilon}$$

La ecuación (m) generaliza la forma para estimar la probabilidad de ejercer la opción cambiaria en el día t. Con esta expresión se puede finalmente escribir una fórmula que aproxima el valor de la opción cambiaria. Sin embargo, cabe hacer hincapié que esta valuación está asociada a la estrategia de ejercicio mencionada.

$$Valor\ de\ la\ Opción\ Cambiaria =$$

$$O_c \underbrace{\sum_{t=1}^{n} e^{-r(t-1)}}_{Factor\ de\ descuento} * \underbrace{Put(At\ the\ money)^{BS}}_{Black-Scholes} * \underbrace{N(d_t)}_{Probabilidad\ de\ no\ restricción} * \underbrace{N(C)(1-N(C))^{t-1}}_{Probabilidad\ de\ ejercicio\ en\ t} \quad \text{(n)}$$

Donde la valuación del $Put(At\ the\ money_t)^{BS}$ se realiza utilizando el modelo de Black-Scholes modificado por Garman M. y Kohlhagen S. para valuar opciones sobre divisas. A su vez en la expresión (n) considera que todas las opciones tipo *put* de la cartera prácticamente valen lo mismo, ya que todas se encuentran "*at the money*", tienen un plazo de vencimiento de un día y la misma volatilidad del tipo de cambio.

V. Sensibilidad del Precio de la Opción

En esta sección se analiza la sensibilidad del precio de la opción y su probabilidad de ejercicio, ante cambios en los parámetros que se utilizan para su valuación. En particular, se estudia el efecto que tiene modificar la volatilidad y la depreciación esperada del tipo de cambio. Como se verá más adelante, la magnitud y el signo de estos efectos dependerán en gran medida de la diferencia entre el tipo de cambio al contado y el promedio que acota el ejercicio de las opciones, así como de la memoria contenida en dicho promedio.

V.1. Estimación del Precio de la Opción

En la sección anterior encontramos una expresión que aproxima el valor de la opción que definimos como:

$$O_c = \sum_{t=1}^{n} e^{-r(t-1)} * Put(At\,the\,money)^{BS} * N(d_t) * N(C)(1-N(C))^{t-1}$$

Donde:

$$C = -\frac{\mu + O_c}{\sigma_\varepsilon}$$

$$d_t = \frac{Y_1^* + \left(\frac{t-1}{n} - 1\right)S_0^* - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t-1} S_{-n+i}^* + \mu t\left(\frac{t-1}{2n} - 1\right)}{\sigma_{z(t)}}$$

Y $N(\;)$ denota la función acumulativa de la distribución normal estandarizada. Como puede apreciarse en las expresiones anteriores, el día de la compra de una opción todas las variables que contribuyen a la determinación de su precio son conocidas, con la excepción de la volatilidad y la depreciación esperada del tipo de cambio. En el cuadro 2 se muestra el valor de la opción ante cambios en los valores de estos parámetros. Para este ejemplo, se hizo el supuesto de que el número de observaciones contenidos en el promedio es de 20, y que todas las observaciones que determinan el promedio del tipo de cambio tienen el mismo valor de 7.5 pesos por dólar.

Cuadro 2

Valor de la Opción

Pesos por cada mil dólares

Volatilidad Anualizada del Tipo de Cambio	Depreciación Esperada								
	%	**10**	**15**	**17**	**19**	**21**	**23**	**25**	**30**
	5	3.12	2.78	2.66	2.54	2.43	2.32	2.22	1.99
	6	3.89	3.54	3.41	3.29	3.17	3.06	2.95	2.70
	7	4.67	4.31	4.18	4.01	3.93	3.81	3.70	3.42
	8	5.45	5.09	4.95	4.82	4.69	4.56	4.45	4.17
	9	6.24	5.86	5.73	5.59	5.46	5.33	5.21	4.92
	10	7.02	6.64	6.50	6.36	6.23	6.10	5.93	5.68
	15	10.95	10.56	10.41	10.26	10.12	9.98	9.85	9.53
	20	14.89	14.49	14.33	14.18	14.04	13.89	13.76	13.42

Se observa que conforme aumenta la depreciación esperada del tipo de cambio, disminuye el precio de la opción. Esto se debe a dos factores:

(a) se reduce la probabilidad de que el ejercicio de la opción genere utilidades; y

(b) aumenta la probabilidad de que el tipo de cambio de ejercicio se encuentre en más ocasiones por encima del promedio de las 20 observaciones anteriores. Por otro lado, se aprecia que una mayor volatilidad del tipo de cambio incrementa en forma importante el valor de la opción. Esto siempre ocurre con las opciones ya que la pérdida máxima para el comprador se encuentra acotada, por lo que su pago esperado aumenta conforme se incrementa la volatilidad[8].

Para estimar la probabilidad de ejercicio de la opción, definimos a la suma de los términos tercero y cuarto de la expresión n, como la probabilidad de ejercer la opción durante el plazo total de su vigencia.

$$Probabilidad\ de\ Ejercicio\ de\ la\ Opción = \sum_{t=1}^{n} N(d_t) * N(C)(1 - N(C))^{t-1}$$

[8] Por tratarse de opciones de muy corto plazo, la volatilidad relevante del tipo de cambio es aquella que se observa durante el día.

En el cuadro 3 se muestra la probabilidad de ejercicio de la opción bajo los mismos supuestos del ejemplo anterior. Se observa que aumentos en la depreciación esperada del tipo de cambio disminuyen la probabilidad de ejercicio de la opción, y que aumentos en la volatilidad la incrementan. Sin embargo, este último efecto sólo es significativo para casos en los que la depreciación esperada es alta.

Cuadro 3 **Probabilidad de Ejercicio de la Opción**

Volatilidad Anualizada del Tipo de Cambio	Depreciación Esperada								
	%	10	15	17	19	21	23	25	30
	5	0.44	0.42	0.41	0.40	0.39	0.38	0.37	0.35
	6	0.45	0.43	0.42	0.42	0.41	0.40	0.39	0.37
	7	0.46	0.44	0.44	0.43	0.42	0.41	0.41	0.39
	8	0.47	0.45	0.44	0.44	0.43	0.43	0.42	0.41
	9	0.47	0.45	0.45	0.44	0.44	0.43	0.43	0.42
	10	0.47	0.46	0.45	0.45	0.44	0.44	0.43	0.42
	15	0.48	0.47	0.47	0.47	0.46	0.46	0.46	0.45
	20	0.49	0.48	0.48	0.47	0.47	0.47	0.47	0.46

Aplicando el valor de las probabilidades del cuadro 3, puede ahora estimarse la acumulación esperada de divisas en caso de que el Banco de México estableciera este mecanismo por un tiempo determinado. Por ejemplo, para un período de 1 mes la compra esperada de divisas se calcularía multiplicando la probabilidad de ejercicio por el monto de venta de opciones de ese mes.

En los cuadros 4 y 5 se muestran los mismos resultados pero utilizando los parámetros que existían en el mercado al 7 de agosto de 1996, fecha en la que el Banco de México convocó a la primera subasta de opciones. Al igual que en el ejemplo anterior, la prima de las opciones disminuye ante incrementos en la depreciación esperada y aumenta con mayores niveles en la volatilidad de tipo de cambio. Sin embargo la magnitud de estos cambios medida en términos porcentuales es menor. Esto se debe a que en este nuevo ejemplo existe una diferencia de casi 9 centavos entre el promedio que acota el ejercicio de las opciones y el tipo de cambio al contado, por lo que la probabilidad de ejercicio es mucho mayor y el valor de la opción responde menos ante cambios en los valores de los parámetros.

Cuadro 4 **Valor de la Opción**

Pesos por cada mil dólares

Volatilidad Anualizada del Tipo de Cambio	Depreciación Esperada								
	%	10	15	17	19	21	23	25	30
	5	6.85	6.43	6.27	6.12	5.97	5.82	5.68	5.35
	6	8.30	7.87	7.71	7.55	7.39	7.24	7.09	6.75
	7	9.71	9.27	9.10	8.93	8.77	8.62	8.47	8.10
	8	11.06	10.61	10.44	10.27	10.11	9.95	9.79	9.42
	9	12.37	11.91	11.73	11.56	11.39	11.23	11.07	10.69
	10	13.62	13.15	12.97	12.80	12.63	12.46	12.30	11.91
	15	19.20	18.71	18.53	18.35	18.17	17.99	17.82	17.41
	20	24.03	23.54	23.35	23.17	22.99	22.81	22.64	22.22

Cuadro 5 **Probabilidad de Ejercicio de la Opción**

Volatilidad Anualizada del Tipo de Cambio	Depreciación Esperada								
	%	10	15	17	19	21	23	25	30
	5	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
	6	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95
	7	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94
	8	0.95	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93	0.93
	9	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.91
	10	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.90	0.90	0.90
	15	0.84	0.84	0.84	0.83	0.83	0.83	0.83	0.82
	20	0.78	0.78	0.78	0.78	0.77	0.77	0.77	0.77

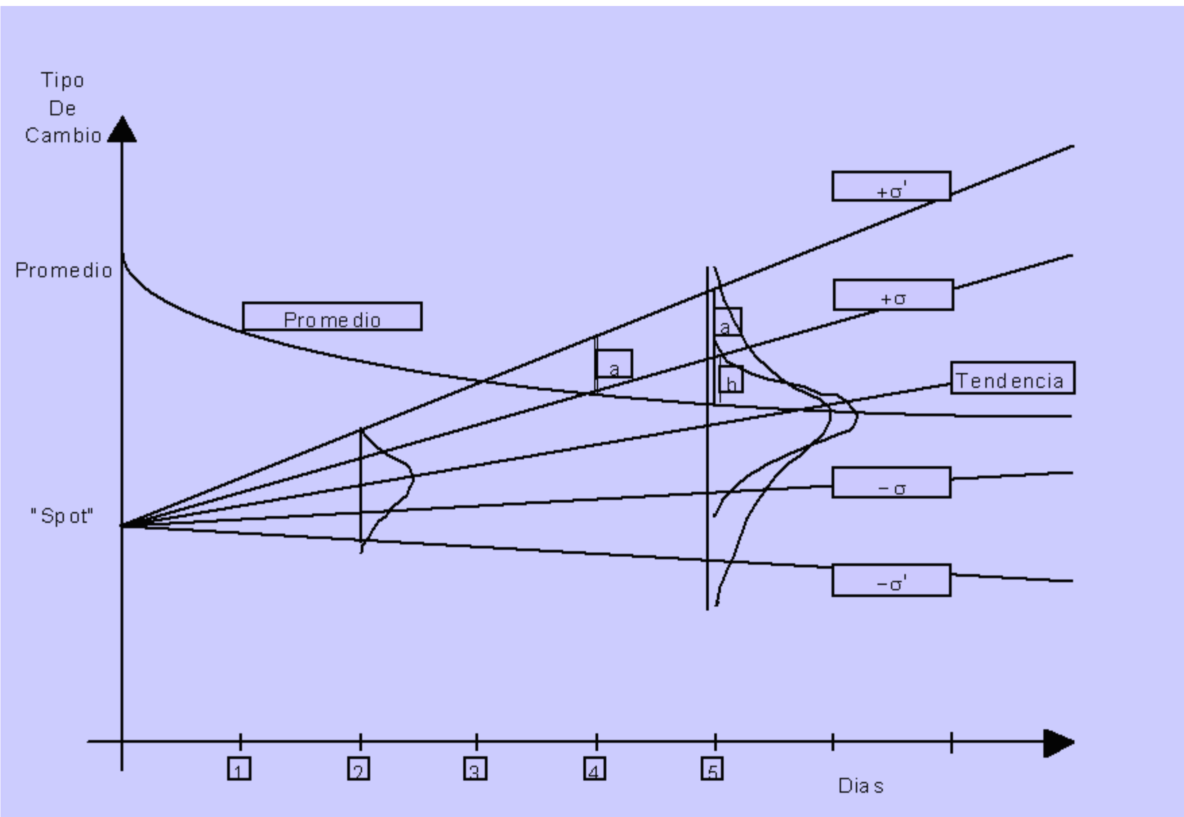
Se observa también que contrario a lo que ocurría en el ejercicio anterior, aumentos en la volatilidad del tipo de cambio disminuyen la probabilidad de ejercicio de la opción, resultado que puede parecer contraintuitivo. Esto se debe a la información muy particular contenida en el promedio móvil para esa fecha, ya que conforme se incorporan nuevos tipos de cambio al promedio y salen los anteriores, el tipo de cambio promedio disminuye[9]. Por lo tanto ante incrementos en la volatilidad del tipo de cambio, en mayor número de ocasiones el tipo de cambio promedio queda por debajo del tipo de cambio al contado.

En la gráfica 3 se aprecia este efecto. Supongamos que el promedio móvil del tipo de cambio el día de la venta de la opción se encuentra por arriba del tipo de cambio al contado, y que además

[9] Esto sucede cuando el promedio del tipo de cambio está formado por observaciones que disminuyen en valor desde S_{-19} hasta S_0.

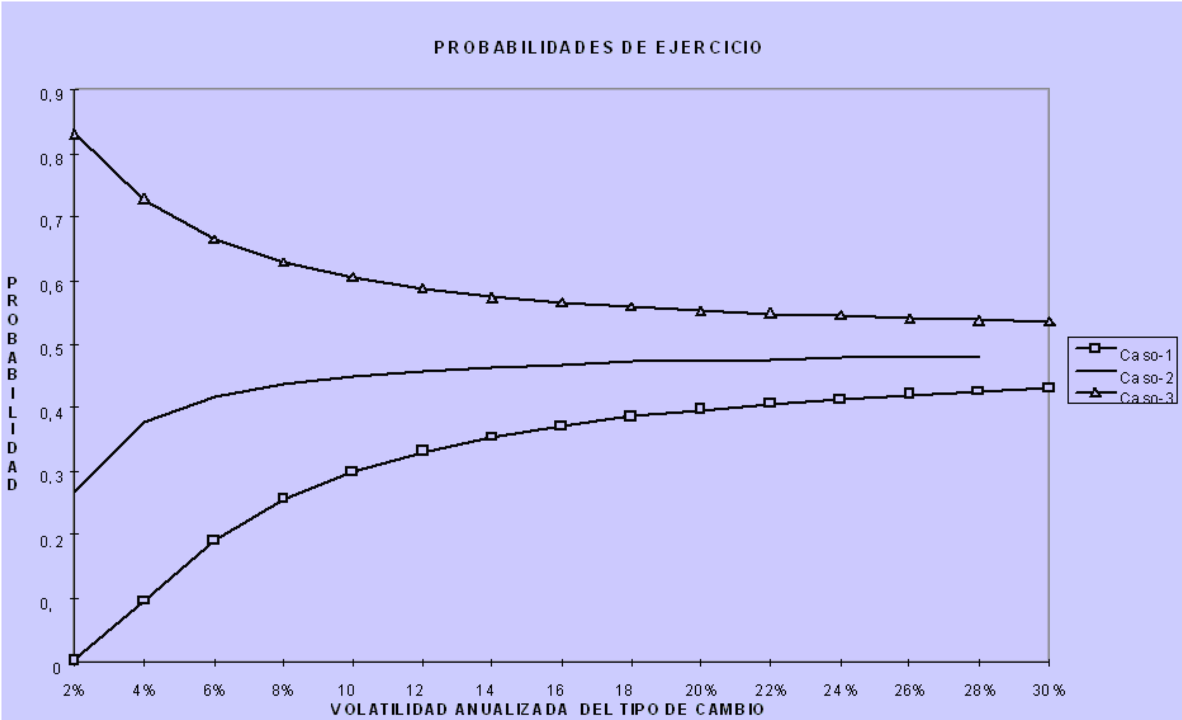
está formado por observaciones que disminuyen en el tiempo. La gráfica 3 supone que el promedio móvil sigue este comportamiento y presenta esquemáticamente la distribución de probabilidad del tipo de cambio en el día 5 para dos distintas volatilidades. El área definida como "b" corresponde a una volatilidad σ y contiene las observaciones que quedarían por encima del promedio ese día. Si la volatilidad se incrementa a σ^1, el área que contiene dichas observaciones y que ahora se define como "a" se incrementaría, por lo que podemos concluir que para este caso en particular si se aumenta la volatilidad del tipo de cambio disminuye la probabilidad de ejercicio de la opción.

Gráfica 3



La gráfica 4 muestra precisamente el efecto descrito en el párrafo anterior para tres casos distintos: Uno en el que el tipo de cambio promedio disminuye, otro en el que permanece constante y un último en el que aumenta. Para los tres ejemplos se hace el supuesto de que el tipo de cambio inicial al contado es el mismo. En dicha gráfica se muestra cómo la probabilidad de ejercicio cambia, al variar la volatilidad anualizada del tipo de cambio.

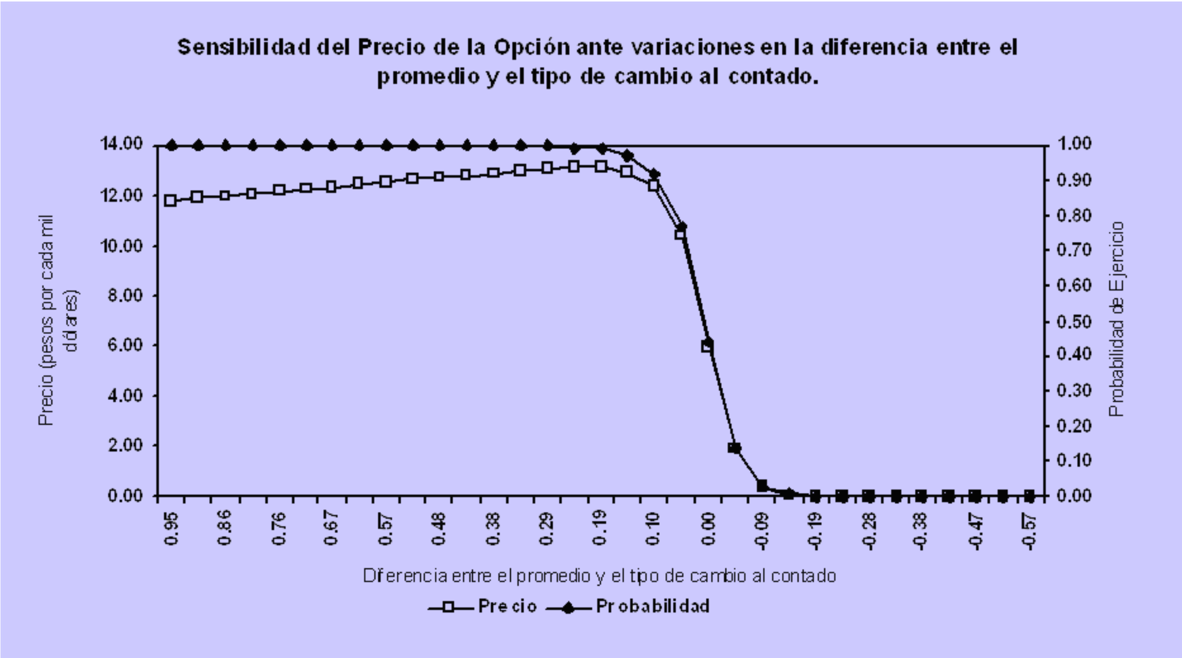
Gráfica 4



La gráfica 5 muestra cómo cambia el precio de la opción al variar la diferencia entre el tipo de cambio promedio y el tipo de cambio al contado[10]. Se observa que conforme se amplía esta diferencia aumenta el valor de la opción, lo cual es un resultado intuitivo ya que aumenta su probabilidad de ejercicio. Sin embargo, conforme sigue aumentando esta diferencia, lo contrario empieza a ocurrir. Esto se debe a que cuando se alcanza esta diferencia la probabilidad de ejercicio es ya de 100%, y lo que determina el valor de la opción es el nivel (base) del tipo de cambio que se utiliza.

[10] Para este ejemplo se hace el supuesto de que el número de observaciones contenidas en el promedio es de 20, y que todas las observaciones que determinan el promedio excepto la última tienen el mismo valor de 7.5 pesos por dólar.

Gráfica 5



Del análisis realizado en esta sección se concluye que la depreciación y la volatilidad esperada del tipo de cambio determinan el precio teórico y la probabilidad de ejercicio de la opción. Sin embargo la magnitud y el signo de estos cambios depende también de la información contenida en el promedio móvil.

VI. Conclusiones

En este artículo se presenta, un mecanismo de acumulación de reservas internacionales y su valuación para un Banco Central a través de opciones. Este mecanismo presenta varias ventajas, entre otras; ofrece una estrategia de intervención para aquellos Bancos Centrales cuya participación directa en su mercado cambiario, distorsiona o afecta de manera importante el comportamiento de los distintos participantes, en particular exacerbando la volatilidad del Tipo de Cambio.

El mecanismo aquí propuesto, permite disminuir el impacto que tienen las compras de divisas por parte del Banco Central en el mercado cambiario, lo anterior se logra vendiendo o subastando un monto pequeño de opciones tipo "put", cuyo tipo de cambio de ejercicio varía en el tiempo de acuerdo al tipo de cambio "fix". El ejercicio de las opciones se encuentra limitado a satisfacer una restricción, a saber, que el tipo de cambio de ejercicio no sea mayor al promedio móvil de las 20 observaciones previas. Otra ventaja, se presenta en el hecho que dicha compra de divisas por parte del Banco Central, sucede de manera pasiva al ser este último el vendedor de la opción.